

Théorie de la Mesure et Intégration  
Licence 3 MASS  
Interrogation 2

Salle C1309

Jeudi 24 Octobre

### Exercice 1

1. Montrer que

$$]0, 1[ = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left[ \frac{1}{n+2}, \frac{1}{n+1} \right[.$$

2. Montrer que la réunion précédente est une réunion d'ensembles disjoints.

3. En déduire la valeur de  $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ .

### Exercice 2

Soit  $E$  un ensemble. On définit  $\mu : 2^E \rightarrow [0, \infty]$  par :

$$\forall A \in 2^E, \mu(A) = \sup\{\text{card}(B), B \subseteq A, B \text{ fini.}\}$$

1. Montrer que  $\mu$  est une mesure.
2. Montrer que  $\mu$  est fini si et seulement si  $E$  est fini.