

Théorie de la Mesure et Intégration
Licence 3 MASS
Interrogation 5

Salle C1309

Jeudi 28 Novembre

Question [5 pt]

Soit X un ensemble non vide muni de sa tribu de parties $\mathcal{T} = 2^X$. Soit $a \in X$. On note δ_a la mesure de dirac en a . Soit f une fonction de X vers $[0, +\infty]$.

1. Montrer que $f \in \mathcal{L}_+^0((X, 2^X), ([0, +\infty], \mathcal{B}([0, \infty])))$. [1pt].
2. Soit $T \in 2^X$. Calculer

$$\int_T^* f d\delta_a$$

On pourra distinguer les cas $a \in T$ et $a \notin T$. [1,5pt].

3. Montrer que l'application $\nu : 2^X \rightarrow [0, +\infty]$ définie par :

$$\forall T \in 2^X, \quad \nu(T) = \int_T^* f d\delta_a$$

est une mesure positive. [1,5pt]

4. Montrer que cette mesure est complète et identifier les ensembles ν -négligeables. [1pt]